ANÁLISIS 1

Recuperatorio del Primer Parcial - 11/12/2010

---

1. Sean $a_n = n + (-1)^n * n$ y $b_n = n\,\mathrm{sen}^2(\frac{n\pi}{2})$

   a) Demostrar que no existen los límites de a_n ni de b_n

   b) Probar que la sucesión de puntos en el plano (a_n, b_n) verifica $\|a_n, b_n\|_2 \to +\infty$ cuando $n \to +\infty$.

   Sugerencia: Escriba los primeros términos de todas las sucesiones involucradas.

2. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x\,\mathrm{sen}(x^2+y^2)}{x^2(x-1)^2+y^2} & \text{si (x,y)} \neq (0,0),(1,0) \\ 1 & \text{si (x,y)} = (0,0) \\ 0 & \text{si (x,y)} = (1,0) \end{cases}$$

   Estudiar la continuidad de f en el plano; señalar los puntos en los que no es continua, y analizar si se puede resolver la discontinuidad cambiando el valor de la función en dichos puntos.

3. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{e^{-2x+1} - e^{-2y+1} + 3(y-x)}{y-x} & \text{si x} \neq \text{y} \\ -1 & \text{si x=y} \end{cases}$$

   a) Probar que, para $x \in (1,3)$ e $y \in (1,3)$ con $x \neq y$, existe $c \in (1,3)$ tal que $f(x,y) = 2e^{-2c+1} + 3$.

   b) Concluya que $\sup_{x,y\in(1,3)} f(x,y) \leq \frac{2+3e}{e}$. ¿Cuánto vale $\inf_{x,y(1,3)} f(x,y)$?

4. Estudiar la diferenciabilidad de la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2+x^3+xy^2}{x^2+2y^2} & \text{si (x,y)} \neq (0,0) \\ 0 & \text{si (x,y)} = (0,0) \end{cases}$$

5. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable tal que el plano tangente al gráfico de f en el punto $(1, 1, f(1,1))$ tiene ecuación $-x + 2y + z = 1$. Si $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ está definida por

$$g(x,y,z) = f(e^{x+y-z}, 2x^2 - \cos((y+x)\pi))$$

   hallar $\frac{\partial g}{\partial x}$ siendo [illegible] $(1, 0, -1)$