
Probabilidad y Estadística (C) - Segundo Parcial - 02/07/2019

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA NRO.:

Cantidad de hojas:

EJERCICIOS ENTREGADOS: ① ② ③ ④

Para aprobar este examen debe resolver dos ejercicios bien o sumar un puntaje mayor o igual a 60. Colocar nombre, apellido y L.U. en cada hoja. Resolver cada ejercicio en una hoja diferente. Justifique todas sus respuestas.

1. (25) En un local de ropa se venden pantalones y cinturones. Se sabe que en un día cualquiera la cantidad de pantalones vendidos sigue una distribución Poisson con media 5 y la cantidad de cinturones una Poisson de media 3. Como los vendedores están entrenados a ofrecer cinturones a toda persona que pida un pantalón estas cantidades no son independientes. La covarianza de la venta de ambos productos es de 2. Asumir independencia entre las ventas de distintos días.
- (a) Utilizando la desigualdad de Tchebychev, acotar inferiormente la probabilidad de que la cantidad total de artículos vendidos durante un lapso de 5 días esté entre 30 y 50.
- (b) La ganancia por la venta de un pantalón es de \$12 y por la de una cinturón es de \$10. Calcular la probabilidad aproximada de que entre Agosto y Septiembre se registren ganancias por encima de los \$6200. Tener en cuenta que el local está en un shopping y que por lo tanto abre **todos los días**.
- (c) El local ha empezado a vender corbatas. Al ser un producto nuevo no conocen la distribución de sus ventas. Calcular un intervalo de confianza aproximada 0.95 para la media diaria si en los primeros 36 días el promedio de corbatas vendidas fue 3.3 y la varianza muestral fue de 2.16. Asumir que las ventas de cada día son independientes.

2. Sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria de una población con densidad

$$f(x; \theta) = e^{x-\theta} I_{(-\infty, \theta]}(x).$$

- (a) Calcular el estimador de máxima verosimilitud para θ .
- (b) Encontrar un intervalo de confianza exacto de nivel 0.95 para θ .
Ayuda: Considere $T = \hat{\theta}_{MV} - \theta$.

3. (25) Sean X_1, \dots, X_n variables aleatorias independientes con densidad

$$f_X(x) = \frac{5}{\alpha} x^4 e^{-\frac{x^5}{\alpha}} I_{(0, +\infty)}(x), \quad \alpha > 0.$$

- (a) Hallar el estimador de máxima verosimilitud de α .
- (b) Decidir si es insesgado y calcular su error cuadrático medio.
- (c) Decidir si es un estimador consistente.

Ayuda: Es posible ahorrar algunas cuentas conociendo la distribución famosa de $Y = X^5$.

4. (25) Una empresa fabrica productos electrónicos y afirma que el tiempo de duración de sus componentes es una exponencial con media $\frac{1}{\lambda} = 100$. Un inspector sospecha que el tiempo medio de duración de estos componentes es menor al que afirma la empresa. Para corroborar su sospecha mide el tiempo de vida de 64 de estos componentes obteniendo una media muestral de 78.25.
- (a) Plantear un test de hipótesis de nivel asintótico 0.1 para testear $H_0 : \frac{1}{\lambda} = 100$ vs $H_1 : \frac{1}{\lambda} < 100$.
Explicitar el estadístico del test, deducir su distribución aproximada y construir la región de rechazo.
¿Qué conclusión obtiene el inspector ante la evidencia?
- (b) ¿Cuál sería su conclusión para cada uno de los siguientes niveles ?
 $\alpha = 0.15, 0.06, 0.05, 0.04, 0.03, 0.01, 0.0001$.
- (c) Para el test planteado, determinar la probabilidad aproximada de cometer un error del tipo 2 si la verdadera media de vida es de 95.