Análisis I - Análisis Matemático I - Matemática I - Análisis II (C)

2do. cuatrimestre 2020

Primer Recuperatorio - Primer Parcial - 15/12/2020

Justifique todas sus respuestas.

Entregue todas las hojas escaneadas y en orden.

1. Sea $S \subseteq \mathbb{R}^3$ la superficie dada por la ecuación

$$x^2 - (y-1)^2 + z^2 = 0.$$

(a) Encontrar una función $r : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ cuya imagen sea la curva C que se obtiene al intersecar S con el plano $y + x - 2 = 0$.

(b) Hallar un número $t_0 \in \mathbb{R}$ de manera que $r(t_0) = (0, 2, 1)$.

(c) Determinar la recta tangente a C en el punto $(0, 2, 1)$.

2. Determinar el conjunto de puntos en los cuales f resulta continua:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(x^3) - x^2(y-1)}{2x^2 + (y-1)^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,1), \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,1). \end{cases}$$

3. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\cos(x)\operatorname{sen}^2(y)3x^2}{x^2 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Analizar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$. De ser posible, dar la ecuación del plano tangente al gráfico de f en $(0, 0, f(0,0))$.

4. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable cuyo plano tangente en $(1,2)$ es $2x + y + z = 3$, y sea $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ la función

$$g(x,y) = (x + y^2, \operatorname{sen}(x) + 2).$$

Calcular el valor de $\nabla(f \circ g)$ en el punto $(0,1)$.